

# Pandeo simultáneo de pilas de puente: aplicación a un cálculo sísmico tipo *push-over* de las pilas del puente atirantado de Bucaramanga en Colombia

*Simultaneous buckling of bridge piers: algorithm applied in push-over analysis for the seismic design of the pylons on Bucaramanga Bridge in Colombia*

Celso Iglesias Pérez<sup>(1,3)</sup>, Guillermo Ayuso Calle<sup>(2)</sup>, Antonio Cano Fernández-Carrión<sup>(2)</sup> y Raúl González Aguilar<sup>(2)</sup>

Recibido | Received: 19-04-2011  
Aceptado | Accepted: 21-07-2011

## Resumen

La relevancia de este trabajo es triple: 1º. Se presenta con detalle el algoritmo implementado para probar la estabilidad de pilas de puente de forma global, es decir, integradas en la estructura más general del puente. 2º El método planteado constituye una alternativa más general al método habitual de leyes momento-curvatura. 3º Se describe su aplicación al puente atirantado de Bucaramanga de 292 m de luz y pilas de 50 y 70 m de altura (altura total de la torre mayor de 133 m). Su aplicación, considerando confinamiento en determinadas secciones de pilas permite tener en cuenta la generación de rótulas plásticas y demostrar el grado de ductilidad alcanzado en la estructura, constituyendo una aplicación práctica del método de cálculo sísmico por capacidad o *push-over* a pilas de puente.

**Palabras clave:** pandeo simultáneo, rótulas plásticas, *push-over*, cálculo por capacidad, no linealidad geométrica, estabilidad a pandeo.

## Abstract\*

The relevance of this article is threefold: 1st It presents in detail the algorithm used to test the stability of bridge piers in a global model, i.e., integrated in the most general structure of the bridge. 2nd The method put forward represents a more general alternative to the commonly used moment-curvature method of sectional analysis for biaxial bending under constant axial force. 3rd It describes the algorithm's application to a 292 m span cable-stayed bridge with piers of 50 and 70 m in height (total height of the biggest tower 133 m). Its application, considering confinement in some particular cross-sections of piers permits the taking into account of "plastic hinges" phenomena due to earthquakes and demonstrates the degree of ductility achieved in the structure. This constitutes a practical application of the push-over method to bridge piers.

**Keywords:** simultaneous buckling, bridge piers, plastic hinge, push-over, capacity analysis, non-geometric linearity, stability to buckling

\* An extensive English language summary of the present article is provided on page 109 of this issue both for the convenience of non-Spanish-speaking readers and inclusion in databases.

(1) Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Carlos Fernández Casado, S.L. (Madrid, España).

(2) Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Carlos Fernández Casado, S.L. (Madrid, España).

(3) Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. (Madrid, España).

Persona de contacto / Corresponding author: ciglesias@cfcsl.com

## 1. INTRODUCCIÓN

El estudio cuyos resultados se resumen a continuación ha sido realizado durante el desarrollo del proyecto de ejecución del puente atirantado de Bucaramanga (Colombia), bajo la dirección del Dr. Ing. de Caminos Leonardo Fernández Troyano.

Se trata de un puente con atirantamiento al centro de la sección transversal y con empotramiento de las torres en el tablero, lo que estructuralmente supone un comportamiento tipo pórtico en dirección longitudinal y de tipo ménsula en dirección transversal. En los estribos E1 y E4, el tablero se encuentra longitudinalmente libre y transversalmente apoyado. Esta disposición estructural se adoptó tras comprobar que era posible transmitir toda la carga sísmica a través de pilas y estribos sin necesidad de disponer ningún tipo de dispositivo antisísmico, lo que simplifica el diseño de la estructura. Finalmente, la existencia de tiro en ambos estribos obliga a bloquear el puente para reacciones verticales de levantamiento.

La obtención precisa de la respuesta de una estructura ante la acción sísmica requiere técnicas de cálculo dinámico no lineal para incorporar la variación en el tiempo de las propiedades no lineales de los materiales, y determinar así la historia de las respuestas en esfuerzos y movimientos. Este tipo de cálculos denominados internacionalmente con el nombre genérico de *"time history"* exigen gran tiempo de cálculo y capacidades muy importantes de post proceso de re-

sultados lo que hace en general poco operativas estas técnicas.

El presente trabajo se enmarca en la necesidad de disponer de métodos prácticos que obvien la utilización de los métodos de cálculo tipo *"time history"* y que permitan por tanto predecir el comportamiento no lineal de estructuras de este tipo. Hay que observar que cualquier técnica de cálculo no lineal resulta de difícil aplicación para diseñar o encajar una estructura, por el simple motivo que hasta que no se conoce el dimensionamiento de la estructura el proceso de cálculo no lineal no puede realizarse en su totalidad. La metodología que se va a exponer a continuación puede interpretarse, por tanto, como una técnica de cálculo simplificada para encajar una estructura, predimensionando sus elementos fundamentales, de forma que la aplicación de una técnica no lineal de tipo *"time history"* sea ya solo una simple comprobación de un dimensionamiento previo.

El método simplificado que se va a exponer está basado, por tanto, en obtener la capacidad sísmica de la estructura ante el sismo longitudinal y transversal. En la primera parte del trabajo se presenta la herramienta que se ha desarrollado para obtener la capacidad de la estructura, considerando las propiedades inelásticas de las secciones de cada elemento del modelo, mediante un cálculo estático no lineal. La capacidad se representa por la relación entre un porcentaje de las fuerzas de inercia de origen sísmico aplicadas sobre el conjunto de la estructura y los movi-

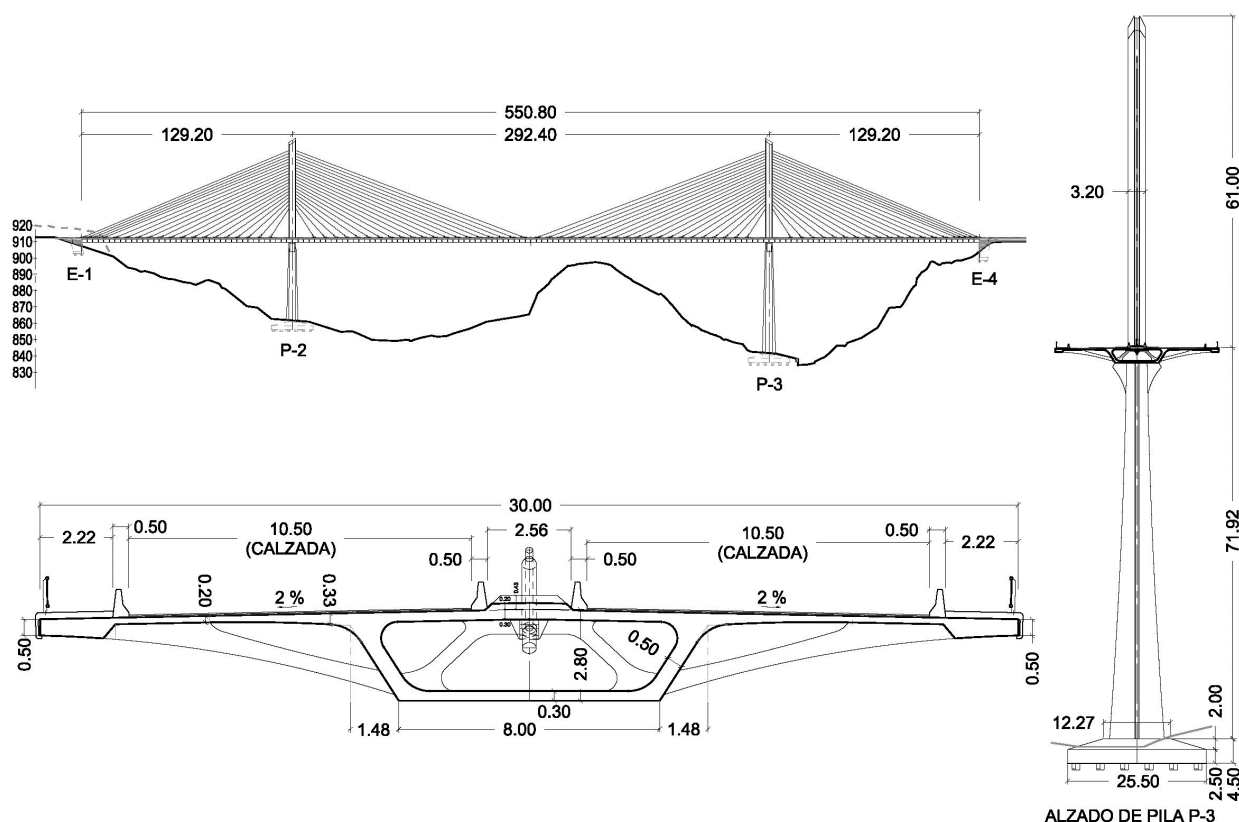


Figura 1. Puente atirantado de Bucaramanga (Colombia), luces  $129,20 + 292,40 + 129,20 = 550,80$  m

mientos de puntos representativos de la misma. La curva de capacidad representa la respuesta del modo fundamental longitudinal o transversal (sismo longitudinal o transversal) basándose en la hipótesis de que éste es el modo predominante en la respuesta.

En la segunda parte del trabajo se describe cómo se construye la curva de demanda sísmica sobre la estructura a partir del espectro de aceleraciones del movimiento sísmico, convenientemente escalado de acuerdo con el amortiguamiento efectivo del sistema.

## 2. OBTENCIÓN DE LA CAPACIDAD DE LA ESTRUCTURA

### 2.1. Descripción general del algoritmo de cálculo

Uno de los primeros intentos de aplicación del cálculo no lineal para comprobar el pandeo de una pila aislada con diferentes condiciones de contorno en cabeza se debe a P. Faessel et al. [1] y a A. Morisset [2]. El algoritmo que se va a describir a continuación es mucho más general al permitir la comprobación simultánea o sucesiva de la estabilidad de pilas de puente. Se tiene en cuenta la no linealidad geométrica y la no linealidad por el material en flexión compuesta esviada con posibilidad de axil variable. Se trata de un cálculo no lineal estático en el que se aplica la carga exterior total, por tanto no en incrementos, evaluando la rigidez y la respuesta de la estructura en su globalidad en cada iteración. La rigidez de las pilas puede, por tanto, variar en cada iteración debido a las causas siguientes:

1. Efectos P-delta o no linealidad geométrica con tensiones de compresión altas y flexión transversal esviada.
2. Propiedades no lineales de los materiales, tales como plastificación o endurecimiento del acero y presencia de rótulas de hormigón desarrolladas en hormigón confinado.

El método de cálculo no tiene en cuenta grandes desplazamientos, es decir, no se establecen las ecuaciones de equilibrio en la posición deformada de la estructura. A diferencia del cálculo lineal de estabilidad a pandeo, este método estático no lineal permite conocer la respuesta en cada iteración en deformaciones, desplazamientos y esfuerzos hasta que se alcanza la convergencia, teniendo en cuenta durante el proceso posibles redistribuciones de esfuerzos axiales o momentos de flexión debidas a un cambio en la rigidez relativa entre las diferentes pilas entre sí o entre estas pilas y el tablero del puente.

Se trata, por tanto, de una alternativa al método clásico de momentos-curvatura, método éste que obtiene el comportamiento carga-deformación de una sección de hormigón utilizando leyes tensión-deforma-

ción no lineales generales. Para una carga axil dada existe una deformación de la fibra más comprimida y una curvatura de la sección, los dos parámetros de deformación que definen la ley de Navier, para los cuales la distribución no lineal de tensiones está en equilibrio con la carga axil aplicada. Se puede entonces obtener un valor único del momento de flexión para esta curvatura de la sección y a partir de la distribución de tensiones en la sección. La deformación máxima de compresión en la fibra extrema y la curvatura de la sección se pueden iterar de forma que se obtiene un rango completo de valores momento-curvatura. En el caso de flexión biaxial o esviada, la sección se puede girar de forma que se pueda considerar ésta sometida a un momento flector resultante único. En todos los casos, tanto de flexión uniaxial como biaxial o esviada, el esfuerzo axil permanece constante. Desde este punto de vista el algoritmo que se presenta a continuación es mucho más general ya que no precisa que el esfuerzo axil, y por tanto la deformación axil, permanezca constante y por ello puede actualizarse su valor en cada iteración.

La técnica no lineal que permite, teniendo en cuenta las propiedades inelásticas de los materiales, definir cuál es la capacidad de la estructura frente a la acción sísmica se describe a continuación en sus puntos fundamentales:

1. La pila se divide en tramos de longitud y sección dada, modelizada con rectángulos de hormigón y aceros de armar, representados por sus coordenadas de posición y área.
2. Se supone una deformada inicial (opcional) o error de verticalidad, expresado como giros ( $I_x, I_y$ ) según ejes locales  $x, y$  de la sección y carga exterior en el tablero y en el fuste de las pilas.
3. Con la deformada inicial ( $I_x, I_y$ ) y la carga exterior, se obtienen en cada sección esfuerzos  $N, M_x, M_y$  con pequeñas deformaciones, grandes desplazamientos y pequeños giros.
4. La deformada de la 1ª iteración consta de la deformada inicial por error de verticalidad ( $I_x, I_y$ ) más la deformada producida por los esfuerzos  $N, M_x, M_y$ .
5. Conocidos  $N, M_x, M_y$  se itera para obtener las deformaciones y curvaturas  $\epsilon_n, \omega_x, \omega_y$ .
6. Conocidas las deformaciones  $\epsilon_n, \omega_x, \omega_y$  en cada sección y los desplazamientos en cimientos (coeficiente de balasto), se obtiene la nueva deformada de la pila al final de la 1ª iteración.
7. Recálculo en cada sección de la nueva rigidez, eliminando el hormigón en tracción, y nueva rigidez a nivel estructura, lo que se incorpora en las sucesivas iteraciones.
8. Con igual carga exterior y deformada inicial, pero nuevas rigideces, se obtienen nuevos esfuerzos

$N, M_x, M_y$  que definen nuevas curvaturas y deformada, al final de la 2ª iteración.

- Se continúa este proceso, reiterando los pasos 7º a 8º, hasta alcanzar un estado de equilibrio estable o, por el contrario, para concluir que no es posible el estado de equilibrio.

## 2.2 Justificación teórica del algoritmo de cálculo

En cada sección actúan los esfuerzos  $N, M_x, M_y$  y se supone una deformación plana tipo Navier:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_N + \omega_x y + \omega_y x \quad (1)$$

Si  $\varepsilon_N$  es la deformación de axil  $N$  y  $\omega_x, \omega_y$  las curvaturas según  $x, y$  entonces la ecuación (1) representa un plano en el espacio 3D. Sea  $\sigma_s = f(\varepsilon_c)$  una ley elástica no lineal del hormigón y  $\sigma_c = g(\varepsilon_s)$  una ley elástica lineal con escalón de plastificación horizontal o con endurecimiento, en tracción y compresión. Si se prescinde del hormigón traccionado, conocidas  $\varepsilon_N, \omega_x, \omega_y$  se obtiene  $\varepsilon_z$  de cada elemento de área  $A$  (hormigón o acero) en posición  $(x, y)$  de la sección, a partir del plano de deformación de la ecuación (1). Conocida la deformación  $\varepsilon_z$ , se puede calcular la tensión  $\sigma_c = f(\varepsilon_c)$  en el hormigón ( $\varepsilon_c = \varepsilon_z$ ), y  $\sigma_s = g(\varepsilon_s)$  en el acero ( $\varepsilon_s, \varepsilon_z$ ). Integrando las tensiones en cada elemento de la sección, se obtiene su resultante y, por suma y reducción al origen, el esfuerzo axil y flector en la sección total que representa cada tramo de la pila:

$$\begin{aligned} N &= N(\varepsilon_N, \omega_x, \omega_y) = N(\varepsilon_z) = N(\sigma_c, \sigma_s) \\ M_x &= M_x(\varepsilon_N, \omega_x, \omega_y) = M_x(\varepsilon_z) = M_x(\sigma_c, \sigma_s) \\ M_y &= M_y(\varepsilon_N, \omega_x, \omega_y) = M_y(\varepsilon_z) = M_y(\sigma_c, \sigma_s) \end{aligned} \quad (2)$$

Al inicio de la iteración  $N, M_x, M_y$  en curso los esfuerzos producidos en cada sección por la carga exterior, obtenidos del cálculo general de la estructura, son dato y las deformaciones  $\varepsilon_N, \omega_x, \omega_y$  que definen el plano de deformación de la ecuación (1) son incógnita. Es preciso ahora proceder a la inversión del sistema de ecuaciones de la ecuación (2), lo que se puede realizar iniciando el proceso por ejemplo con unos valores iniciales  $\varepsilon_N, \omega_x, \omega_y = 0,0001$  y calculando sucesivamente en cada elemento  $(x, y)$  de hormigón y acero de la sección transversal la deformación  $\varepsilon_z$  con la ecuación (1), después la distribución de tensiones  $\sigma_c = f(\varepsilon_c)$  y  $\sigma_s = g(\varepsilon_s)$ , y finalmente los esfuerzos  $N, M_x, M_y$  en cada sección transversal. A continuación hay que actualizar los valores  $\varepsilon_N, \omega_x, \omega_y$  y reiterar el proceso  $N, M_x, M_y$  hasta que converjan a los valores de esfuerzos dato producidos por la carga exterior.

Una vez alcanzada la convergencia en deformaciones  $\varepsilon_N, \omega_x, \omega_y$  y en esfuerzos  $N, M_x, M_y$  los nuevos va-

lores obtenidos de las deformaciones de convergencia  $\varepsilon_N, \omega_x, \omega_y$  definen una nueva posición del plano de deformación  $\varepsilon_z$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_N &= \varepsilon_N(N, M_x, M_y) \text{ es la deformación vertical} \\ \omega_x &= \omega_x(N, M_x, M_y) \text{ es la curvatura en el plano} \\ &\quad \text{de las } x \\ \omega_y &= \omega_y(N, M_x, M_y) \text{ es la curvatura en el plano} \\ &\quad \text{de las } y \end{aligned} \quad (3)$$

Por otro lado, estos valores de convergencia  $\varepsilon_N, \omega_x, \omega_y$  dan lugar a un campo de desplazamientos en las pilas que modifican los valores de los esfuerzos dato  $N, M_x, M_y$  producidos por la carga exterior, ya que se modifica la geometría inicial de la pila al inicio de la siguiente iteración, además de considerar el efecto de no linealidad geométrica, vía matriz de rigidez geométrica, en el cálculo global de la estructura.

## 2.3. Ley de tensión-deformación del hormigón

El consenso internacional es que una curva con un pico de tensión y rama descendente se adapta mejor al cálculo no lineal que la parábola-rectángulo, lo que condujo a utilizar la ley de Sargin [3], que es la recomendada por el reglamento francés de hormigón pretensado BPEL [4] para el caso de cálculo no lineal:

$$\begin{aligned} 0 \leq \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} \quad \sigma_c &= \sigma_{c0} \frac{k \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right) + (k'-1) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^2}{1 + (k-2) \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right) + k' \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^2} \\ k &= \frac{E_{ij} \varepsilon_{c0}}{f_{cj}} \quad E_{ij} = 11000 \sqrt[3]{f_{cj}} \text{ [MPa]} \end{aligned} \quad (4)$$

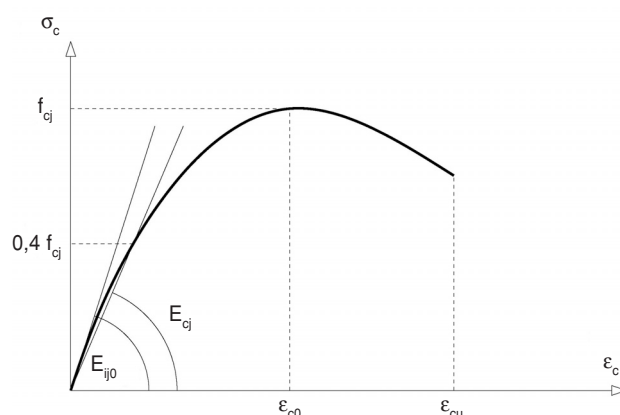


Figura 2. Ley de tensión-deformación del hormigón estructural para cálculo no lineal

La curva de la ecuación (4) ajusta su rama descendente desde el valor de la tensión de pico  $\sigma_{c0}$ , según la ductilidad o fragilidad del hormigón, controladas a través del parámetro  $k'$ :



$$\begin{aligned}
 k' &= k - 1 \text{ si } f_{cj} \leq 30 \text{ MPa} \\
 k' &= (k - 1) \left( \frac{55 - f_{cj}}{25} \right) \text{ si } 30 \text{ MPa} \leq f_{cj} \leq 55 \text{ MPa} \\
 k' &= 0 \text{ si } f_{cj} \geq 55 \text{ MPa}
 \end{aligned} \quad (5)$$

Para la tensión de pico se toma el valor  $\sigma_{c0} = f_{cj}$ , donde  $f_{cj}$  es la resistencia característica a "j" días, y corresponde al valor de la deformación  $\varepsilon_{c0}$ :

$$\varepsilon_{c0} = 0,62 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{f_{cj}} \text{ [MPa]} \quad \varepsilon_{cu} = 0,0035 \quad (6)$$

Esta curva no presenta un escalón de plastificación horizontal para  $\varepsilon_c > \varepsilon_{c0}$ , sino una rama descendente hasta la deformación última  $\varepsilon_{cu} = 0,0035$ , a la que se ajusta desde el pico de tensión  $\sigma_{c0}$  según el valor del parámetro  $k'$ . La rama descendente mide la ductilidad del hormigón y se ajusta con  $k' = k - 1$  para hormigón de baja resistencia (dúctil) y  $k' \approx 0$  para hormigón de alta resistencia (frágil). El módulo elástico en cada rectángulo de hormigón es el valor secante al origen, siendo distinto para cada punto  $(x, y)$  según los valores  $(\varepsilon, \sigma)$ . Los elementos de hormigón y acero contribuyen a la rigidez global, homogeneizados en cada pila al módulo elástico adoptado en el modelo general de cálculo de la estructura. Para el cálculo de esfuerzos en el caso de las pilas, la inercia homogeneizada no fisurada puede utilizarse como valor de referencia para fijar el desplazamiento elástico objetivo en cálculos *push-over*, cuando se aplica la fuerza sísmica  $Q$  total, sin tener en cuenta ninguna reducción por ductilidad  $R$  ( $R = 1$ ).

## 2.4. Consideración del confinamiento en la ley de tensión-deformación del hormigón

Se han seguido las recomendaciones del borrador del Código Modelo-2010 [5] y [6], que modifica las deformaciones  $\varepsilon_{c0}$ ,  $\varepsilon_{cu}$  en función del grado de zunchado del hormigón:

Deformación última de rotura:

$$\varepsilon_{cu}^{conf} = \varepsilon_{cu} + 0,2 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \quad \sigma_2 = f_{ck} * 0,5 * \alpha * \omega_{wd} \quad (7)$$

Deformación de plastificación:

$$\varepsilon_{c0}^{conf} = \varepsilon_{c0} \left( \frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} \right)^2 \quad (8)$$

$$\sigma_2 \leq 0,05 f_{ck} \Rightarrow f_{ck,c} = f_{ck} \left( 1,000 + 5,00 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) \quad (9)$$

$$\sigma_2 > 0,05 f_{ck} \Rightarrow f_{ck,c} = f_{ck} \left( 1,125 + 2,50 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) \quad (9)$$

Los valores de las deformaciones ( $\varepsilon_{c0}^{conf}$ ,  $\varepsilon_{cu}^{conf}$ ) confinadas se obtienen a partir de los valores de las defor-

maciones no confinadas ( $\varepsilon_{c0}$ ,  $\varepsilon_{cu}$ ), de acuerdo con los valores de la resistencia característica del hormigón  $f_{ck}$  y de la tensión lateral efectiva de compresión en ELU  $\sigma_2$ , función esta última de los parámetros ( $\alpha$ ,  $\omega_{wd}$ ). Estos parámetros fijan el grado de zunchado o confinamiento alcanzado en la sección transversal correspondiente. La cuantía volumétrica de armadura transversal elegida  $\omega_{wd} = 0,085$  garantiza el zunchado, lo que permite desarrollar la ley de comportamiento  $\sigma - \varepsilon$  prevista en las rótulas plásticas. El coeficiente de reducción por confinamiento  $\alpha$  se define:

$$\alpha = \alpha_n \cdot \alpha_s \quad (10)$$

Donde  $\alpha_n$  mide la eficacia de la armadura transversal y  $\alpha_s$  la influencia de la separación longitudinal entre cercos. El confinamiento es mayor al aumentar el número  $n$  de barras longitudinales eficazmente zunchadas por la armadura transversal de separación  $s < 0,20$  m:

$$\alpha_n \approx 1 - \frac{8}{3} \frac{1}{n} \quad (11)$$

En zona de rótulas (base de pilas y bajo capiteles) se ha considerado  $\alpha_n \approx 1$ . Para el caso de un núcleo confinado rectangular  $\alpha_s$  depende de la separación de la armadura transversal y de la anchura  $b_0$  de dicho núcleo confinado:

$$\alpha_s = \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{s}{b_0} \right) \quad s < \frac{b_0}{2} \quad (12)$$

Para valores  $s = 0,10$  m y un valor mínimo  $b_0 = 0,376$  m, se obtienen los valores  $\alpha_s = 0,867 \approx 0,60$  y  $\alpha = 0,6$  que es un valor que puede considerarse conservador.

## 2.5. Ley de tensión-deformación en el acero

Se ha considerado la ley habitual elástico lineal, con endurecimiento en función la clase de ductilidad del acero:

$$\begin{aligned}
 -\varepsilon_{cu} > \varepsilon_s & \quad \sigma_s = 0 \\
 -\varepsilon_{cu} \leq \varepsilon_s < -\varepsilon_{se} & \quad \sigma_s = -\sigma_{su} = -f_{yd} + \frac{(K-1)f_{yd}}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{se}} \varepsilon_s = \\
 & = -\frac{f_{yk}}{\gamma_s} + \frac{(K-1)f_{yk}/\gamma_s}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{se}} \varepsilon_s \\
 -\varepsilon_{se} < \varepsilon_s \leq 0 & \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad \varepsilon_{se} = -\frac{\sigma_{se}}{E_s} = -\frac{f_{yk}/\gamma_s}{E_s} \\
 0 \leq \varepsilon_s < \varepsilon_{se} & \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad \varepsilon_{se} = +\frac{\sigma_{se}}{E_s} = +\frac{f_{yk}/\gamma_s}{E_s} \\
 \varepsilon_{se} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud} & \quad \sigma_s = +\sigma_{su} = +f_{yd} + \frac{(K-1)f_{yd}}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{se}} \varepsilon_s = \\
 & = +\frac{f_{yk}}{\gamma_s} + \frac{(K-1)f_{yk}/\gamma_s}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{se}} \varepsilon_s \\
 \varepsilon_s > \varepsilon_{ud} & \quad \sigma_s = 0
 \end{aligned} \quad (13)$$

Para el caso de considerar escalón de plasticidad horizontal,  $\varepsilon_{ud} = \varepsilon_{uk}$ ,  $K = 1$ . Si por el contrario se considera una rama con endurecimiento,  $\varepsilon_{ud} = 0,9 \cdot \varepsilon_{uk}$ ,  $K = 1$ . En la ley tensión-deformación para el acero considerada en el cálculo se han tomado para los parámetros de la ecuación (13) los valores siguientes:

$$\begin{aligned} K &= \frac{f_t}{f_y} = 1,35 & \varepsilon_{ud} &= 0,9 \cdot \varepsilon_{uk} \\ \varepsilon_{uk} &= 10\% = 0,10 & \gamma_s &= 1,15 \end{aligned} \quad (14)$$

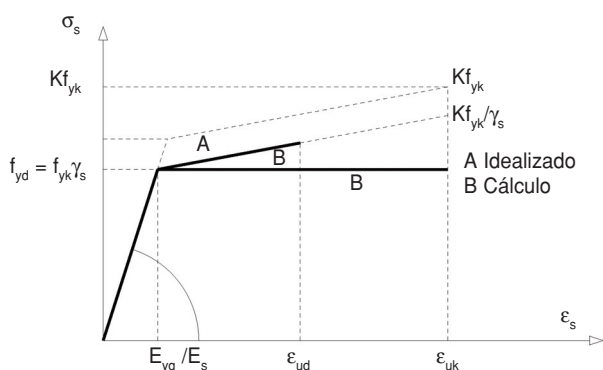


Figura 3. Ley de tensión-deformación del acero

En la Tabla 1 se pueden encontrar los diferentes valores que definen la pendiente de la rama de endurecimiento y la deformación última de rotura para las diferentes clases de acero, que se pueden encontrar en el Código Modelo [6].

**Tabla 1.** Clases de aceros de armar (Código Modelo 2010)

Clase de acero	Rama de endurecimiento $k = f_t / f_y$	Deformación de rotura
A	$K \geq 1,05$	$\varepsilon_{uk} \geq 2,5\%$
B	$K \geq 1,08$	$\varepsilon_{uk} \geq 5\%$
C	$1,15 \leq K \leq 1,35$	$\varepsilon_{uk} \geq 7\%$
D	$1,25 \leq K \leq 1,45$	$\varepsilon_{uk} \geq 8\%$

## 2.6. Control de la convergencia

Se realiza simultáneamente un control en flechas y esfuerzos y no hay convergencia, es decir, la estructura se considera inestable en estos casos:

- A las 20 iteraciones el cálculo se para y se debe analizar si la pila es o no estable. Esto puede suceder en el caso de torres de atirantamiento, donde la carga en los tirantes varía en cada iteración. En el plano de tirantes la torre no puede pandear, pero puede suceder que se agote una sección por compresión excesiva.

- Rotura de una sección, es decir, con las deformaciones obtenidas a partir de las leyes  $\sigma - \varepsilon$  de los materiales que integran la sección transversal, es imposible generar unos esfuerzos internos que sean capaces de equilibrar los esfuerzos seccionales producidos por la carga exterior.

- Se supera el valor  $0,2L_0$  de flecha en cabeza en cualquier plano, siendo  $L_0$  la altura de la pila.

Para unos esfuerzos  $N$ ,  $M_x$ ,  $M_y$  dados, el plano  $\varepsilon_z = \varepsilon_N + \omega_x y + \omega_y x$  en cada sección se obtiene por iteraciones sucesivas y la convergencia puede no ser posible por alguna de estas causas:

- El valor inicial de  $\varepsilon_t = \omega_x = \omega_y = 0,0001$  es demasiado grande para los valores de los esfuerzos dados, es decir, las deformaciones que inicializan el proceso iterativo producen esfuerzos internos que son mayores que los esfuerzos seccionales producidos por la carga exterior. En este caso, por tanto, la convergencia es imposible.
- Los esfuerzos producidos por la carga exterior  $N$ ,  $M_x$ ,  $M_y$  están muy cerca de los esfuerzos del Estado Límite Último de rotura por flexo-compresión esviada.

## 2.7. Modelización de la pila: geometría y materiales

La pila se divide en secciones de cálculo a las que se les asocia un tramo de longitud determinada. En este tramo se supone que la sección transversal y los materiales presentes en la misma son constantes. El hormigón se representa mediante rectángulos definidos por dos puntos de coordenadas  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  y por su ancho  $B$ . Cada uno de estos rectángulos se subdivide internamente en una malla de 100 rectángulos. El acero se representa mediante las coordenadas de posición  $(x_1, y_1)$  de cada redondo y su área  $A$ . Como parte de las herramientas de pre-proceso de datos, se ha desarrollado una herramienta informática que permite obtener la modelización en rectángulos y en redondos de acero en cada sección, volcando de forma automática los datos a un fichero de datos.

## 2.8. Introducción de las cargas exteriores y sistemas de referencia

Las acciones exteriores sobre la estructura se deben introducir con los valores correspondientes al Estado Límite Último de Rotura, es decir, Peso Propio + Carga Muerta + Sobrecarga en una hipótesis de carga única. En la Figura 5 se puede ver la relación entre los diferentes sistemas de referencia utilizados en el cálculo: sistema local de pila, sistema local de barra ( $XL$ ,  $YL$ ,  $ZL$ ) y sistema global ( $XG$ ,  $YG$ ,  $ZG$ ). La geometría de pila y materiales se modeliza en el sistema local de pila ( $XP$ ,  $YP$ ), que coincide con el sistema local utilizado para cada una de las secciones. Finalmente, para establecer la relación entre el sistema lo-

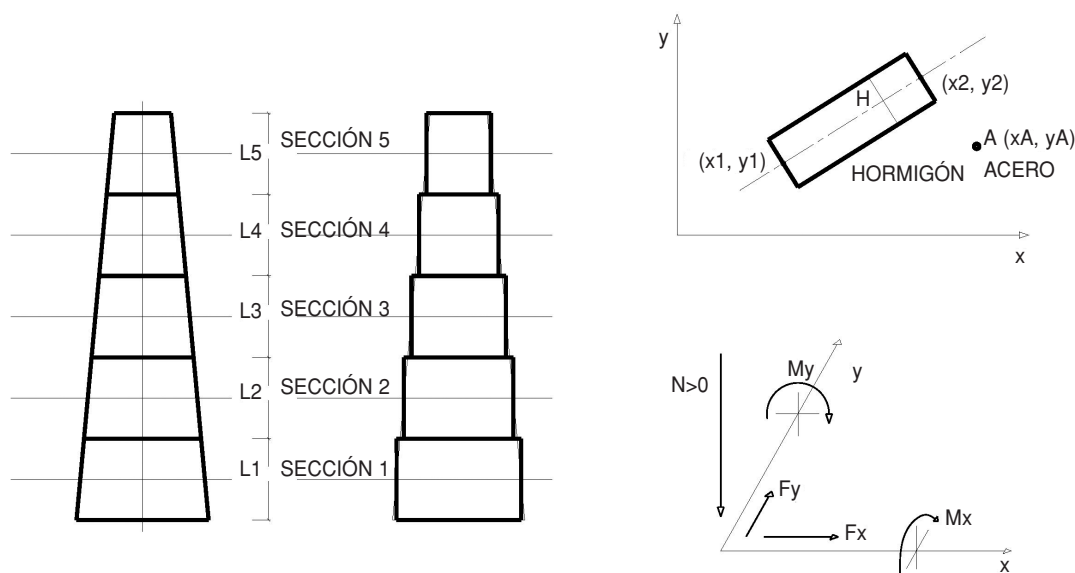


Figura 4. Modelización de la pila y de las secciones y de los materiales hormigón y acero en el sistema local de la sección.

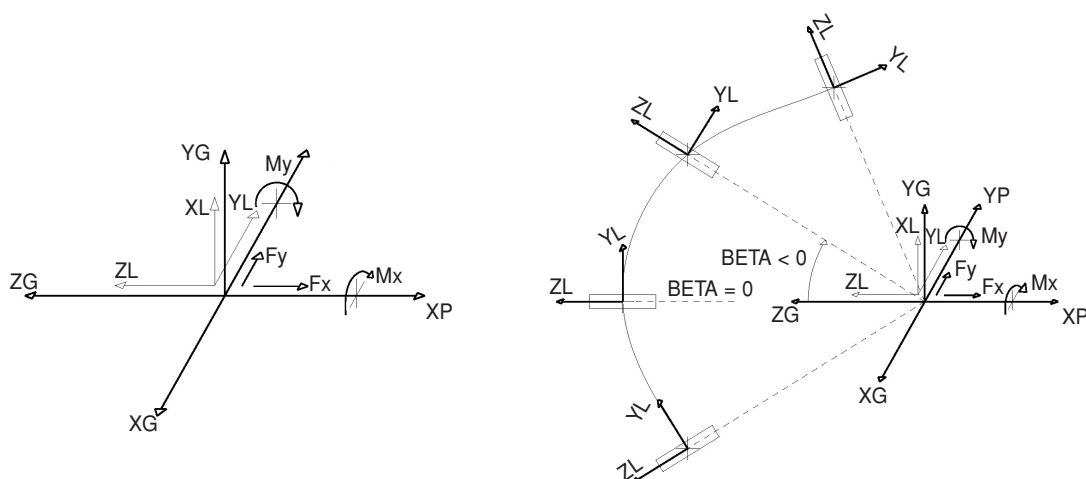


Figura 5. Relación entre sistemas de referencia en el cálculo global y local de pilas y tablero

cal de barra y el sistema global de estructura es necesario introducir el ángulo  $\beta$ , que relaciona la posición de los ejes principales de inercia de la sección con los ejes locales de la barra en donde se encuentra dicha sección. Habitualmente se hacen coincidir los ejes principales de inercia de la sección transversal de la barra con los ejes locales de la barra, en cuyo caso  $\beta = 0$ . En caso contrario se tienen valores  $\beta \neq 0$ :

- EJE Y GLOBAL (YG) vertical y dirigido hacia arriba.
- EJE X GLOBAL (XG) horizontal (en general según el eje del puente).
- EJE Z GLOBAL (ZG) con orientación directa (producto vectorial):  $ZG = XG \times YG$ .

### 3. COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE UNA ESTRUCTURA: PROYECTO POR CAPACIDAD

#### 3.1. Concepto de capacidad

La respuesta a un sismo de gran intensidad es no li-

neal y el comportamiento elastoplástico de los materiales permite disipar parte de la energía introducida en la estructura, tanto mayor cuanto mayor sea la *ductilidad* o capacidad de la estructura para desarrollar una gran deformación en el rango plástico, sin que se sobrevenga su colapso. El concepto de capacidad permite al proyectista en primer término evaluar los esfuerzos sísmicos cuando el comportamiento de la estructura deja de ser lineal y en segundo término, localizar el daño en secciones elegidas a priori, de forma que el acceso sea posible y su reparación sea sencilla.

#### 3.2. Demanda frente a capacidad en una estructura

Las fuerzas de sismo imponen demandas (esfuerzos/desplazamientos) que deben ser menores que las capacidades, al objeto de evitar que se produzca una rotura frágil y para alejarse de los esfuerzos últimos de rotura de los elementos de la estructura. Para conseguir este doble objetivo se eligen a priori unas

secciones que funcionan a modo de fusibles, es decir, unas secciones suficientemente dúctiles en las que se concentra el daño, protegiendo por tanto al resto de las secciones de la estructura que pueden así mantener su capacidad resistente durante el sismo. Esta forma de proceder obliga a anticipar a priori el mecanismo de colapso plástico más probable en sismo, con lo que la metodología de demanda-capacidad ha de seguir los pasos siguientes:

1. Se realiza un cálculo sísmico elástico multimodal con el espectro de respuesta normativo que corresponda. Los esfuerzos obtenidos se dividen por el valor supuesto a priori del coeficiente de ductilidad  $R$ .
2. Se definen las secciones susceptibles de desarrollar ante la acción sísmica rótulas en régimen plástico. El momento de agotamiento en éstas (capacidad)  $M_u$  debe ser mayor que el momento sísmico de diseño  $M_d$  calculado previamente (demanda).
3. Se comprueba que las rótulas tienen suficiente capacidad de giro (ductilidad), lo que depende de la cuantía y disposición de la armadura transversal de zunchado en las secciones donde se desarrollan dichas rótulas.
4. Si los esfuerzos en las secciones que representan las rótulas plásticas no superan su capacidad, ello permite limitar los esfuerzos en el resto de las secciones, no superando su valor de rotura y se dice por tanto que quedan protegidas por capacidad.

Referencias a esta forma de proceder se pueden encontrar en [7] y en [8].

### 3.3. Capacidad de desplazamiento

La capacidad de desplazamiento se puede definir como el máximo desplazamiento que se produce en un punto significativo de la estructura antes de alcanzar el colapso, lo que implica comprobar si la demanda es inferior a dicha capacidad, estimable con un modelo estático no-lineal y un empuje progresivo o *push-over*. Es aquí donde interviene el método de cálculo estático no lineal que se ha explicado en la primera parte de este trabajo, que permite obtener la capacidad de la estructura aprovechando las capacidades de deformación no lineal de los materiales.

El método denominado *push-over* consiste entonces en aplicar cargas horizontales proporcionales a las fuerzas de inercia sísmicas correspondientes al modo fundamental de vibración, aumentándolas hasta agotar las rótulas. El proceso acaba si aparece el número suficiente de rótulas para formar el mecanismo de colapso, pudiendo en ese momento comprobar si la estructura llega a la deformación objetivo sin colapso. Se consiguen así tres objetivos: se obtiene de forma natural el mecanismo de colapso plástico de la

estructura, las zonas de formación de rótulas y la capacidad de desplazamiento de la estructura para poder compararla con la demanda de desplazamiento.

### 3.4. Demanda de desplazamiento

Si  $S_a$ ,  $S_d$ , son la aceleración y el desplazamiento espectral y  $T$  el periodo del modo fundamental, la demanda de desplazamiento se puede calcular como:

$$S_d = \frac{S_a}{\omega^2} = \frac{S_a T^2}{4\pi^2} \quad (15)$$

Obtenida la curva de demanda y la curva de capacidad, su intersección proporciona el punto de funcionamiento de la estructura bajo la acción sísmica, pudiendo así comprobar el valor elegido a priori para el coeficiente de ductilidad  $R$ .

### 3.5. Concepto de ductilidad

Se puede definir este concepto como la capacidad que tiene la estructura para deformarse plásticamente, sin colapsar, disipando durante el proceso de deformación energía sísmica. De acuerdo con el *Código Colombiano de Puentes CCP 220-94* [9], que ha servido de referencia para la comprobación del Puente de Bucaramanga, en un cálculo sísmico basado en fuerzas horizontales, se puede estimar la demanda con un cálculo lineal, dividiendo a continuación las fuerzas de inercia y los esfuerzos obtenidos por el coeficiente de ductilidad  $R$ .

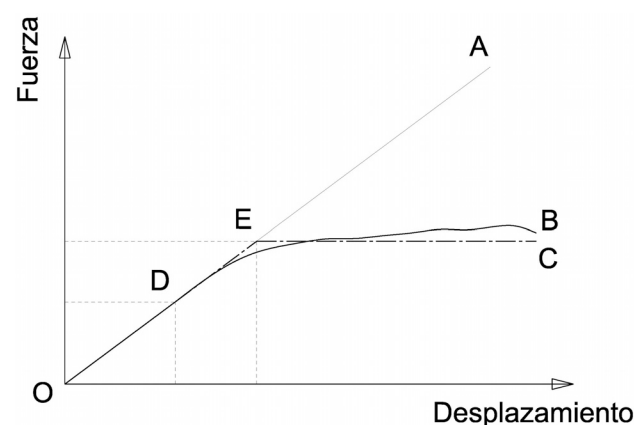


Figura 6. Curva de capacidad de desplazamiento de una estructura solicitada por una fuerza horizontal

En la Figura 6 se representa el desplazamiento en función de una fuerza horizontal  $F$  de origen sísmico. La línea  $OA$  representa el desplazamiento elástico, proporcional a  $F$ . Si la capacidad corresponde a un nivel de respuesta sísmica menor que la del espectro sísmico de diseño, entonces se produce la plastificación de algunas secciones. A partir del punto  $D$  se observan las primeras plastificaciones en la armadura y el comportamiento deja de ser lineal, y



en la medida en que plastifiquen más secciones, se tiende a la curva *ODB*, que se puede asimilar a la curva teórica *OEC*. El criterio de Newmark-Hall [10] permite aproximar la fuerza sísmica en estructuras que presentan comportamiento plástico, calculando la estructura con una fuerza  $R$  veces menor que la fuerza sísmica teórica y asumiendo que si la estructura fuese elástica, con una fuerza  $F$  se tendría un desplazamiento igual a  $\Delta_m$ . Si su comportamiento fuese el plástico perfecto, el inicio de la plastificación (límite elástico) se produciría para un desplazamiento  $\Delta_y$  y dicho desplazamiento elástico  $\Delta_m$  se alcanzaría con una fuerza  $F/R$ , lo que da la ductilidad en desplazamiento:

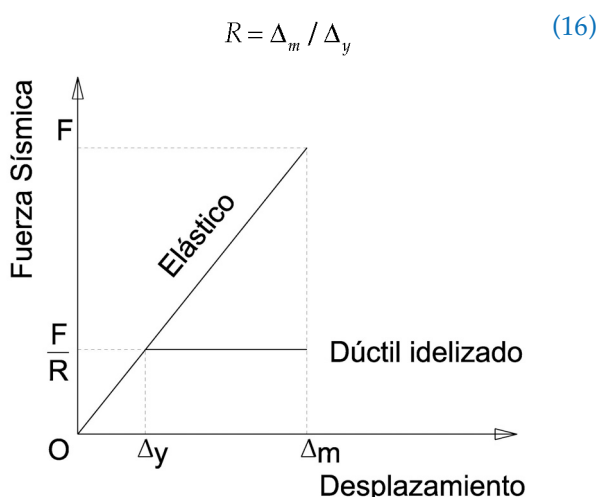


Figura 7. Criterio de Newmark-Hall de igualdad de desplazamientos para obtener el coeficiente de ductilidad

Su propuesta es válida en el caso de períodos de vibración largos, por encima del valor de 0,5 s, que es el caso del Puente de Bucaramanga. Si se acepta que la estructura tiene una ductilidad  $R$ , hay que asegurarse de la capacidad de desplazamiento en ciertos puntos de control elegidos a priori, lo que implica garantizar antes de que se produzca el colapso la capacidad de deformación en aquellas secciones más susceptibles de plastificar, que se convierten en rótulas plásticas. Dichas secciones se localizan en este caso en la base y en la cabeza de las pilas, dependiendo la capacidad de desplazamiento de los puntos de control de la máxima curvatura desarrollable en estas rótulas plásticas por los materiales presentes en dichas secciones: hormigón y acero de armar en este caso.

### 3.6. Ductilidad en desplazamientos y en curvaturas

La relación entre el desplazamiento y la ductilidad se puede determinar a partir de los desplazamientos  $\delta$  representados en la Figura 8:

$$\delta_T^E = \delta_T^{EP} = \delta_E + \delta_p \quad (17)$$

Donde el significado de cada término es el siguiente:

- $\delta_T^E$  es el desplazamiento elástico total en el punto de control para un coeficiente de ductilidad su-

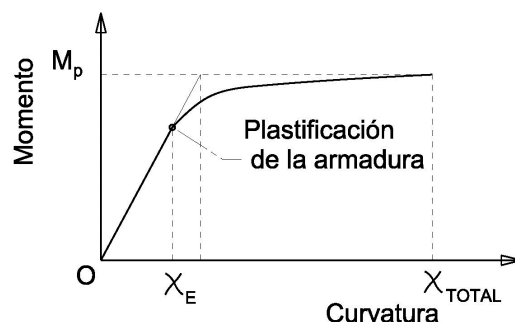
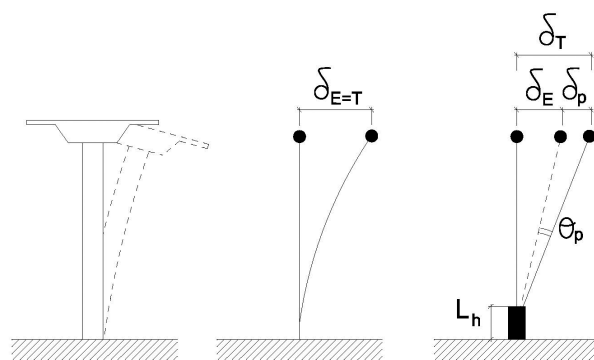


Figura 8. Ductilidad en desplazamientos en las pilas de una estructura

puesto de  $R = 1$ , calculable con el modelo general de cálculo elástico.

- $\delta_T^{EP}$  es el desplazamiento elastoplástico total en ese punto, con el valor supuesto a priori de  $R$  y obtenido mediante un cálculo estático no lineal.
- $\delta_E$  es el desplazamiento elástico alcanzado en la sección hasta rotura, con el valor supuesto a priori de  $R$ .
- $\delta_p$  es el desplazamiento plástico hasta rotura, con el valor supuesto a priori de  $R$ .

El giro total en las rótulas se puede obtener como la suma del giro elástico y del giro plástico. El método de cálculo no lineal debe controlar y asegurar que las secciones de rótulas plásticas puedan desarrollar grandes curvaturas en régimen no lineal sin agotarse, es decir, que dichas secciones posean suficiente ductilidad para alcanzar el momento de plastificación  $M_p$  representado en la Figura 8. Esto se logra considerando que esas secciones candidatas a formar rótulas están suficientemente confinadas (zunchadas) en una longitud  $L_h$  convenida, de forma que se puedan modificar en consecuencia las leyes tensión-deformación del hormigón para lograr ese objetivo de ductilidad.

### 3.7. Parámetros de diseño a sismo del puente atirantado de Bucaramanga

Se refiere a continuación el valor de los parámetros que definen la acción sísmica sobre el puente de Bucaramanga, de acuerdo con el Código Colombiano de Puentes CCP 200-94 [9]:

**Importancia:** Grupo I – Puentes esenciales.

**Zonificación:** región 6, por lo que el coeficiente de aceleración es  $A = 0,25$ .

**Efectos del sitio:** Coeficiente de valor 1,20 para perfil de suelo  $S_2$  (Tabla A.3.5-1 del CCP 200-94). En puentes esenciales del grupo de importancia I, el valor del coeficiente de amplificación se asimila al coeficiente de sitio,  $S$ , para cada ordenada espectral y no debe ser menor que la unidad.

**Espectro de diseño:** Según el CCP 200-94 de Colombia el espectro de diseño se define como:

$$S_{am} = 1,2AS / T_m^{2/3} \leq 2,5A \quad (18)$$

Donde  $S_{am}$  es la máxima aceleración horizontal expresada como fracción de  $g$ ,  $A$  el coeficiente de aceleración ( $A = 0,25$ ) y  $T_m$  el período del modo  $m$ . En suelos  $S_3$  y  $S_4$  el valor de  $S_{am}$  se obtiene así:

$$\begin{aligned} \text{Si } T_m > 0,3 \text{ s} \quad S_{am} &= A(0,80 + 4,0T_m) \\ \text{Si } T_m > 0,4 \text{ s} \quad S_{am} &= 3AS / T_m^{4/3} \geq AS / 3 \end{aligned} \quad (19)$$

### 3.7.1. Categoría de comportamiento sísmico

De acuerdo con [9] la categoría es CCS-C, al ser  $A = 0,25$  e importancia I. Según el CCP 200-94 (A.3.5) [9] si hay estudios sísmicos más detallados en la zona, estos prevalecen sobre los datos generales. En este caso, existe una microzonificación del riesgo sísmico de la región de Bucaramanga. En estudios anteriores realizados con los modos de vibración del modelo general, se concluyó que el espectro más restrictivo era el definido en CCP 200-94 [9], debido a que se obtuvieron valores

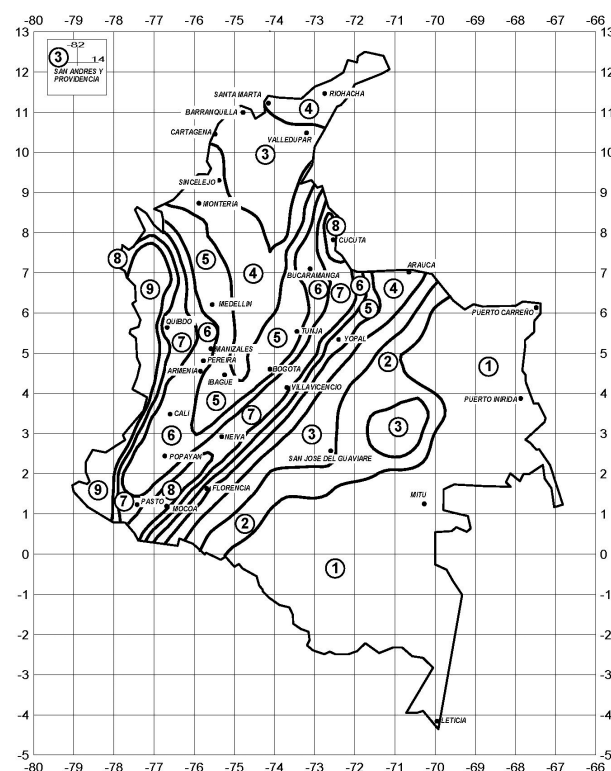


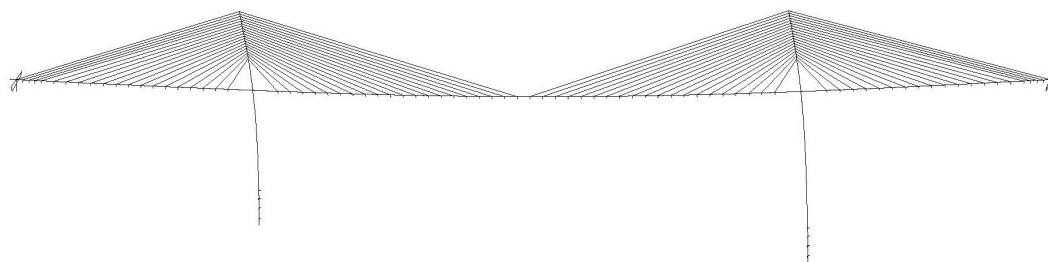
Figura 9. Zonificación sísmica de Colombia

mayores de reacciones y esfuerzos que los obtenidos al tener en cuenta la microzonificación.

### 3.7.2. Cálculo de los modos propios de vibración de la estructura

El método de obtención de los modos propios de vibración es el de respuesta espectral, obteniendo los modos a partir del modelo espacial, libre a movi-

Puente atirantado de Bucaramanga  
 MODO 1 PERIODO 6.119 s  
 FACTORES DE DISTRIBUCIÓN 0,006 0,000 53,675



MODO 2 PERIODO 4.961 s  
 FACTORES DE DISTRIBUCIÓN -60.46 0.880 0.005

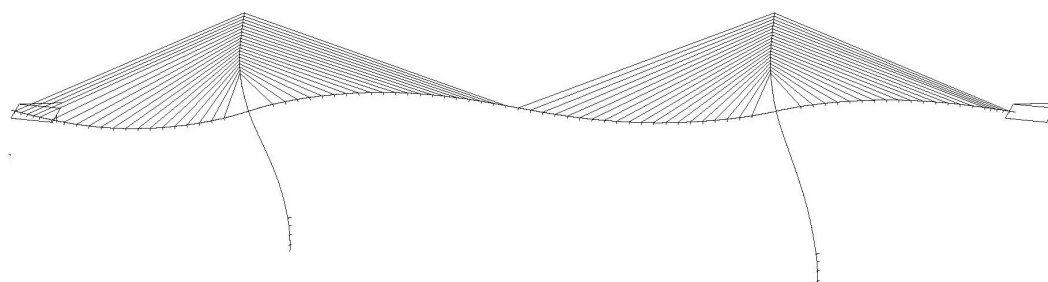


Figura 10. Modos propios de vibración de la estructura: Modo 1 transversal y Modo 2 longitudinal

**Tabla 2. Autovalores de los 10 primeros modos de vibración**

Número	Frecuencia [Hz]	Período [s]
1	0.1634	6,11885
2	0.2016	4,96080
3	0.2820	3,54656
4	0.3580	2,79319
5	0.4229	2,36456
6	0.5484	1,82348
7	0.6167	1,62162
8	0.6654	1,50285
9	0.7075	1,41351
10	0.7156	1,39751

miento longitudinal y fijo a movimiento transversal en ambos estribos, sin ningún tipo de bloqueo sísmico longitudinal.

### 3.8. Obtención de las curvas demanda-capacidad de la estructura

#### 3.8.1. Cálculo de la demanda de desplazamiento

La curva de demanda de desplazamiento  $S_d$  se obtiene del espectro  $S_a$  de aceleraciones como:

$$S_d = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot S_a = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot \frac{1,2 \cdot A \cdot S}{T^{2/3}} = \frac{0,3 \cdot T^{4/3} \cdot A \cdot S}{\pi^2} \leq \frac{0,625 \cdot T^2}{\pi^2} \cdot A \quad (20)$$

La curva de demanda obtenida para el puente de Bucaramanga, referida a un sistema con múltiples grados de libertad (MGDL) y que relaciona aceleraciones espectrales  $S_a$  con desplazamientos  $S_d$ , se representa en la Figura 11.

Para obtener la curva de demanda asociada a cada modo de vibración hay que convertir estos gráficos en diagramas de un sistema equivalente de un solo grado de libertad (1 GDL). El cálculo modal permite obtener el valor de los coeficientes de participación modal  $\Gamma$  de cada modo:

$$\Gamma_i = \frac{\Phi_i^T \cdot \underline{M}}{\Phi_i^T \cdot \underline{M} \cdot \Phi_i} \quad (21)$$

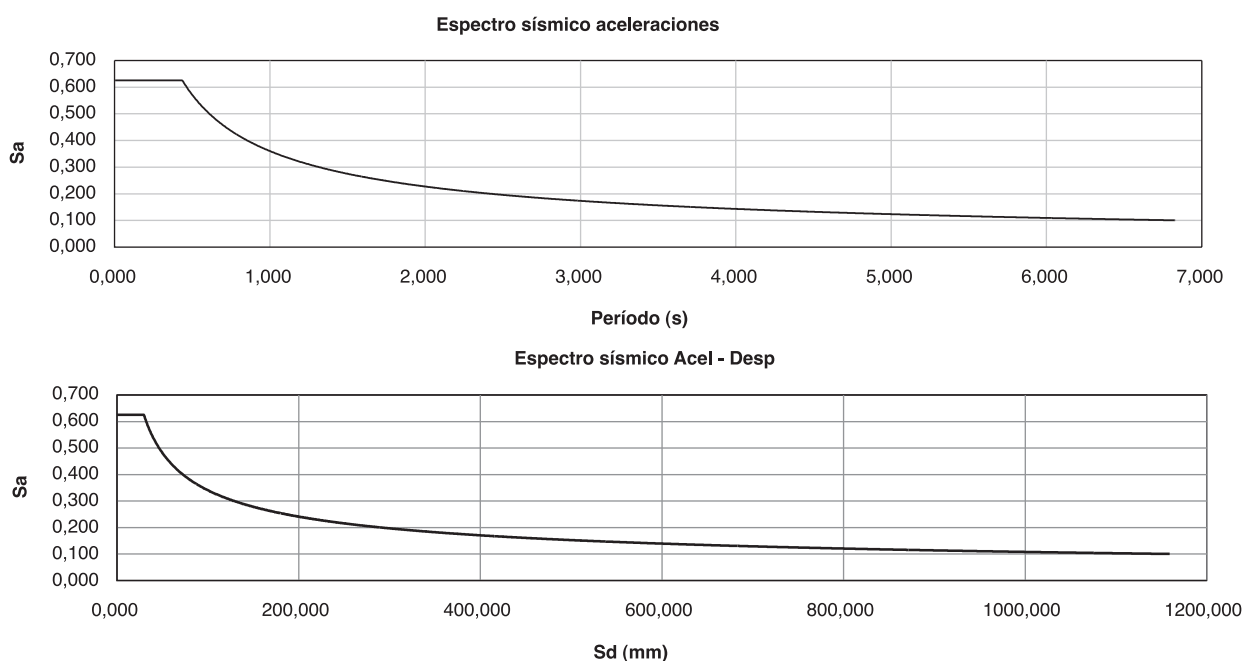
Donde  $\Phi_i$  es el modo de vibración  $i$  y  $\underline{M}$  la matriz de masas de la estructura. La curva de demanda asociada a 1 GDL para el modo  $i$  resulta de dividir  $S_d$  por  $\Gamma$ . En este estudio se contemplan independientemente los modos longitudinal y transversal, o sea, el sismo longitudinal (fuerzas de inercia según el eje longitudinal) y sismo transversal (sentido perpendicular a dicho eje). El cálculo sísmico multimodal elástico-lineal permite obtener el valor de los coeficientes de participación asociados a cada modo:

$$\begin{aligned} \text{Modo 1 (transversal): } \Gamma_1 &= 52,7982 \\ \text{Modo 2 (longitudinal): } \Gamma_2 &= 58,2404 \end{aligned} \quad (22)$$

(Véase figura 12 en página siguiente).

#### 3.8.2. Cálculo de la capacidad de desplazamiento

Se realiza con un cálculo tipo *push-over* con modelo estático no-lineal de carga horizontal creciente y pro-



**Figura 11.** Espectro de aceleraciones y diagrama de demanda de desplazamiento asociado a un sistema (MGDL)

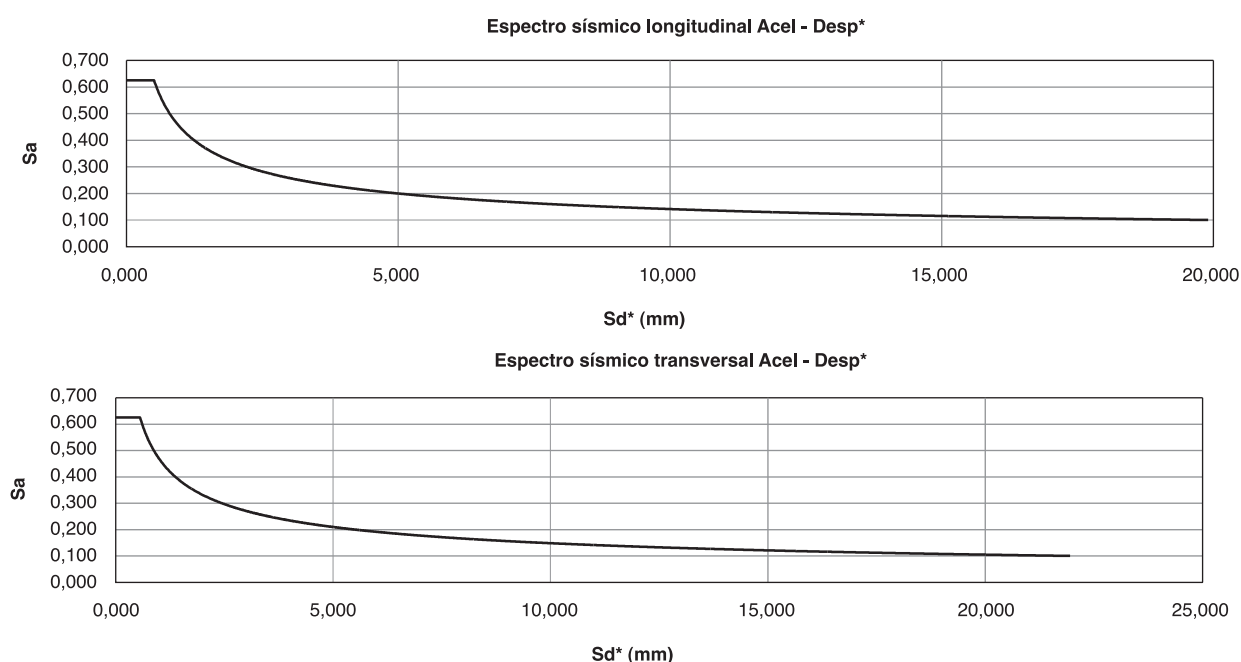


Figura 12. Diagramas de demanda asociados a un sistema equivalente de (1GDL)

porcional a las fuerzas de inercia del sismo. Se estudia independientemente el modo longitudinal y el transversal. Aunque las fuerzas de inercia pueden actuar indistintamente en sentido positivo o negativo, transversalmente basta con estudiar un sentido debido a la simetría del problema respecto a los esfuerzos generados por las cargas permanentes, de peso propio y carga muerta. Longitudinalmente no basta suponer un único sentido, ya que a las fuerzas sísmicas se suma o se resta la carga permanente, lo que obliga a estudiar las fuerzas sísmicas longitudinales en sentido positivo y negativo. El control no lineal de desplazamientos y esfuerzos se ha realizado con el programa de cálculo estático no lineal cuyo algoritmo se ha descrito en la primera parte de este trabajo. Este programa obtiene los desplazamientos considerando la pérdida de rigidez de la estructura por fisuración del hormigón, la plastificación del hormigón y del acero de armar y todo ello de forma global y simultánea en todas las pilas del puente, con lo que se tienen en cuenta automáticamente posibles redistribuciones hiperestáticas de esfuerzos entre las pilas.

El cálculo en ambas direcciones se hace considerando porcentajes monótonos crecientes del total de las fuerzas de inercia en ambos modos. Las fuerzas de inercia se obtienen del cálculo sísmico multimodal elástico. Al aplicar progresivamente las fuerzas en el modelo no-lineal, se comprueban los desplazamientos en los puntos de control, terminando el proceso al alcanzar la convergencia o colapsar alguna sección. A continuación se construye la curva de capacidad, que relaciona el porcentaje de carga aplicado en cada paso y el desplazamiento del punto de control, comparándola con la curva de demanda y obteniendo así el diagrama de capacidad de la estructura. El valor del desplazamiento se obtiene con un cálculo no lineal

en un sistema real de MGD. Hay que proceder ahora, por tanto, igual que con la curva de demanda, convirtiendo los resultados de capacidad obtenidos de forma que relacionen aceleración y desplazamiento en un sistema equivalente de 1 GDL. Para transformar los resultados del sistema de MGD al sistema de 1 GDL hay que dividir el desplazamiento obtenido por el coeficiente de participación modal  $\Gamma_i$ . Además hay que pasar de fuerza a aceleración, sabiendo que los modos se normalizan respecto a la masa, con lo que se divide la fuerza del diagrama de capacidad por  $\Gamma_i$ , y luego esa fuerza por la masa efectiva  $m^* = \Phi_i^T \cdot \underline{M} \cdot \Phi_i = \Gamma_i \cdot g$  del modo principal correspondiente, bien longitudinal o transversal.

Para representar en el diagrama de capacidad los porcentajes crecientes de las fuerzas de inercia modales, hay que convertirlos en fuerza equivalente del sistema de 1 GDL. En cada paso cada porcentaje equivale a una fuerza horizontal igual al producto de la aceleración espectral  $C_{acel}$  asociada al modo por su masa movilizada:

$$m_{movilizada,i} = \frac{(\Phi_i^T \cdot \underline{M})^2}{\Phi_i^T \cdot \underline{M} \cdot \Phi_i} \quad (23)$$

$$F_b = \%F_{inercia} \cdot m_{movilizada,i} \cdot C_{acel,i}$$

La fuerza y el desplazamiento del sistema equivalente de 1GDL se obtiene como:

$$F^* = F_b / \Gamma_i \quad d^* = d_n / \Gamma_i \quad (24)$$

$F_b$  y  $d_n$  representan la fuerza aplicada y el desplazamiento del punto de control en un sistema de MGD.



**Tabla 3. Masa total, masa movilizada y coeficientes sísmicos relativos al modo longitudinal**

Masa M (kg)	Masa movilizada (kg)	Masa movilizada (%)	$\Gamma$	$C_{\text{acel}}$	$m^* = \Gamma \cdot g$	T (s)
$37349 \cdot 10^3$	$33275 \cdot 10^3$	89,1	58,2404	0,1064	571,3	4,9608

Ahora sólo hay que transformar la fuerza  $F^*$  en aceleración asociada a 1 GDL:

$$a^* = F^* / m^* \quad (25)$$

Al representar la aceleración aplicada  $a^*$  y el desplazamiento  $d^*$  del sistema de 1 GDL se obtiene el diagrama de capacidad en el punto de control en la dirección del sismo correspondiente.

El siguiente paso es obtener el desplazamiento de los puntos de control de la estructura en el modelo elástico para el 100% del sismo correspondiente, bien sea longitudinal o transversal. Si en cada punto de control, los desplazamientos finales obtenidos en el proceso iterativo no-lineal de *push-over* son mayores que el desplazamiento elástico se confirma la compatibilidad en desplazamientos del sistema y la respuesta de la estructura es suficientemente dúctil.

El paso final es obtener la ductilidad real  $R$  de la estructura, representando conjuntamente el diagrama de capacidad, el diagrama de demanda (para  $R=1$ ) y la ley lineal de desplazamiento elástico en el punto control. El coeficiente de ductilidad  $R$  es el valor por el que es preciso dividir el diagrama de demanda para que éste pase exactamente por el punto de funcionamiento del sistema. Este punto corresponde en el diagrama de capacidad a la abscisa  $S_d^*$  del gráfico, igual al valor del desplazamiento elástico. En definitiva el método de cálculo descrito consigue dos objetivos: comprobar la compatibilidad de desplazamientos del sistema y obtener la ductilidad  $R$  real del sistema. A continuación se incluye sólo el cálculo de la capacidad de desplazamiento en la dirección longitudinal del sismo, que resultó ser más desfavorable que la dirección transversal.

### 3.9. Cálculo de la capacidad de desplazamiento en la dirección longitudinal del sismo

#### 3.9.1. Obtención de las fuerzas de inercia

Las fuerzas equivalentes de inercia se pueden obtener fijando los nudos libres del modelo en las dos direcciones horizontales X, Z e imponiendo los desplazamientos de la hipótesis de cálculo correspondiente al modo fundamental de vibración longitudinal.

Las reacciones obtenidas en los apoyos ahora bloqueados, correspondientes a los nudos previamente libres, son las fuerzas de inercia que aparecen durante el sismo longitudinal. Del cálculo multimodal elástico-lineal, se obtiene como modo fundamental de vi-

bración en sentido longitudinal el correspondiente al modo 2, con los coeficientes que se listan en la Tabla 3. Los desplazamientos reales en los nudos se obtienen multiplicando los valores obtenidos por el coeficiente de participación modal del modo. Obtenidos estos desplazamientos, se bloquean los nudos y se introducen los movimientos como desplazamientos impuestos en cada apoyo.

#### 3.9.2. Cálculo incremental o *push-over*

Para realizar el proceso de cálculo incremental o *push-over* en el modelo estático no-lineal para el caso de sismo longitudinal, se introducen en los nudos del modelo porcentajes incrementales de las fuerzas de inercia sísmicas obtenidas en el paso anterior hasta formar rótulas plásticas en las secciones susceptibles de plastificar primero. Por criterios de facilidad de acceso y reparación de las mismas, estas secciones se localizan a priori en la base y en la parte superior de cada pila. Para asegurar que estas rótulas desarrollan grandes curvaturas en régimen plástico, antes del agotamiento, se introduce confinamiento en las mismas. En cada paso se obtiene la convergencia global del sistema estructural para un estado de esfuerzos y desplazamientos, tal y como se muestra en la Tabla 4.

**Tabla 4. Sismo longitudinal positivo y negativo en Pila 2 ( $d_2$ ) y en Pila 3 ( $d_3$ )**

% SISMO	$F_B$ [kN]	$(d_2 +)$ [mm]	$d_3 (+)$ [mm]	$d_2 (-)$ [mm]	$d_3 (-)$ [mm]
0,0	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0
50,0	17702,3	373,0	328,0	321,0	372,0
57,0	20180,6	441,0	397,0	391,0	442,0
67,0	23721,1	536,0	491,0	486,0	539,0
71,0	25137,3	581,0	536,0	532,0	585,0
80,0	28323,7	665,0	621,0	616,0	670,0
83,0	29385,8	699,0	655,0	649,0	701,0
87,0	30802,0	736,0	692,0	684,0	738,0
91,0	32218,2	780,0	737,0	—	—

El proceso finaliza si no se alcanza la convergencia en alguna sección, la cual colapsa y hace globalmente inestable al conjunto de la estructura. Al representar los resultados anteriores, se obtiene el diagrama de capacidad de la estructura. En la Figura 13 se muestra la

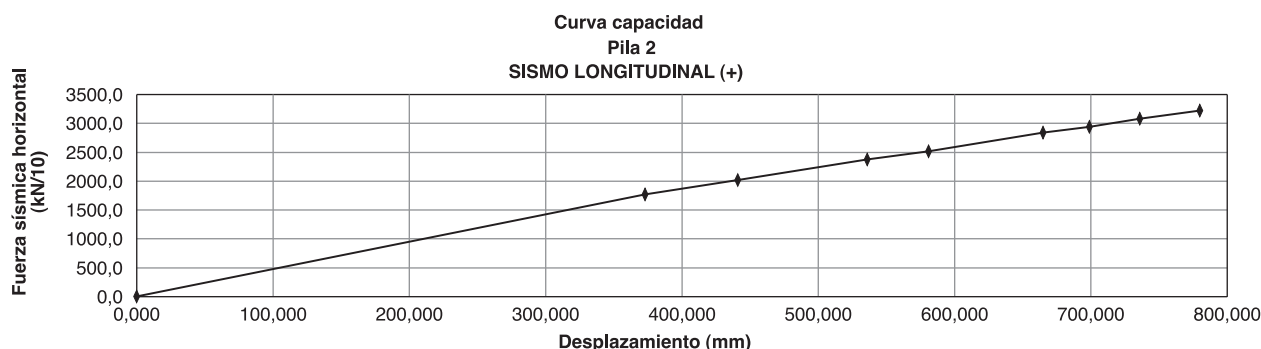


Figura 13. Curva de fuerza incremental-desplazamiento en pila 2 para sismo longitudinal positivo

curva que relaciona el porcentaje de fuerza (ver también Tabla 4) aplicada en el modelo con el desplazamiento en el punto de control: el nudo extremo en este caso de la pila 2 en su unión con el tablero.

A continuación se transforma esta curva en una curva de capacidad que relaciona aceleración y desplazamiento en un sistema equivalente de 1 GDL, es decir, el diagrama de capacidad en cada punto de control en la dirección del sismo correspondiente. Al realizar la transformación a espectro de aceleraciones de 1 GDL, se obtiene la Tabla 5.

El paso siguiente es obtener el desplazamiento de los puntos de control de la estructura en el modelo elástico-lineal para el 100% del sismo correspondiente, cuyos valores para cada pila son:

**SISMO LONGITUDINAL POSITIVO:**

Pila 2:  $d = 678 \text{ mm}$  Pila 3:  $d = 635 \text{ mm}$

**SISMO LONGITUDINAL NEGATIVO:**

Pila 2:  $d = 633 \text{ mm}$  Pila 3:  $d = 687 \text{ mm}$

En la Figura 14 se representan conjuntamente los diagramas de demanda y capacidad y la ley de desplazamientos lineales en su punto de control según el sismo longitudinal positivo. Se ve que en todos los casos el desplazamiento final obtenido en el proceso

Tabla 5. Sismo longitudinal positivo y negativo en Pila 2 ( $d_2^*$ ) y en Pila 3 ( $d_3^*$ )

$a^*$ [g]	$d_2^*$ (+) [mm]	$d_3^*$ (+) [mm]	$d_2^*$ (-) [mm]	$d_3^*$ (-) [mm]
0,00000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,05219	6,404	5,632	5,512	6,387
0,05950	7,572	6,817	6,714	7,589
0,06993	9,203	8,431	8,345	9,255
0,07411	9,976	9,203	9,135	10,045
0,08350	11,418	10,663	10,577	11,504
0,08663	12,002	11,246	11,143	12,036
0,09081	12,637	11,882	11,744	12,672
0,09498	13,393	—	12,654	—

iterativo no-lineal de push-over es mayor que el desplazamiento elástico.

Para asegurar que la estructura tiene capacidad para desarrollar una ductilidad  $R$  dada, hay que garantizar la capacidad en desplazamiento de la estructura. Por tanto, debe cumplirse que el desplazamiento sísmico en el punto de control en régimen no lineal es compatible con el que se produce en el mismo punto

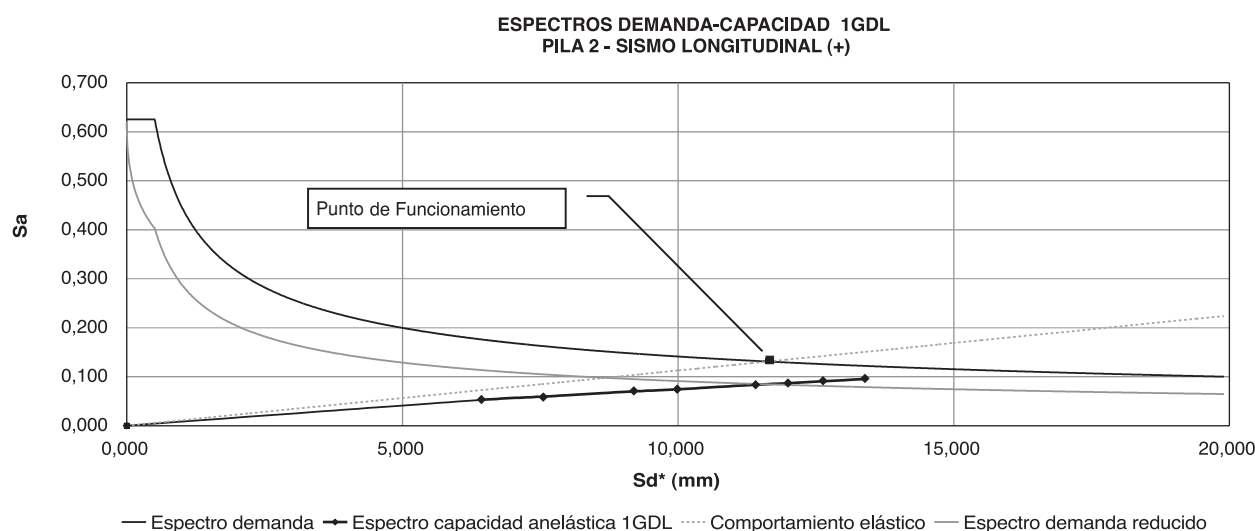


Figura 14. Curvas de capacidad y demanda en la pila 2 para sismo longitudinal positivo.

de control debido a las acciones sísmicas consideradas con  $R = 1$ , obtenido del cálculo lineal teórico.

Conseguida esta compatibilidad, se asegura que el coeficiente  $R$  considerado es válido. Por tanto, las secciones, inicialmente dimensionadas para el  $R$  supuesto, son capaces de desarrollar una deformación suficiente que asegura la formación de rótulas plásticas antes del colapso de la estructura, es decir, son lo bastante dúctiles como para soportar la carga del sismo longitudinal.

En las curvas se ve que el valor del  $R$  buscado es igual al valor por el que es preciso dividir la curva de demanda para que ésta pase exactamente por el punto de funcionamiento del sistema. Este punto corresponde en el diagrama de capacidad a la abscisa  $S_d^*$  del gráfico correspondiente al valor del desplazamiento elástico, resultando para la pila 2 un valor de la ductilidad de  $R = 1,55$ .

#### 4. CONCLUSIONES

La aplicación de una técnica de cálculo estático no lineal ha permitido estimar las curvas de capacidad de la estructura del puente atirantado de Bucaramanga. El cálculo lineal modal espectral, tomando como referencia el pseudoespectro de aceleraciones propuesto por la Norma Colombiana, ha permitido identificar los parámetros dinámicos de los modos principales de vibración en flexión longitudinal y transversal y construir las curvas de capacidad de la estructura referidas al sistema equivalente de 1GDL para el modo propio analizado.

La intersección de las curvas de capacidad y de demanda, junto con la comparación con la curva carga sísmica-desplazamiento en un sistema elástico lineal, permite obtener el punto de funcionamiento del sistema y por añadidura cuál es el coeficiente de ductilidad de la estructura. Este coeficiente de ductilidad, que en muchas normativas se recomienda tomar como  $R = 2,00$  ha resultado ser para el caso del modo más desfavorable (modo longitudinal de flexión en este caso particular) sensiblemente inferior e igual a  $R = 1,55$ .

La aplicación de estas técnicas de cálculo estático no lineal para la obtención de las capacidades de la estructura, junto con la técnica de cálculo lineal espectral modal, permiten obtener una aproximación del valor del coeficiente de ductilidad  $R$  de la estructura y realizar un dimensionamiento adecuado a sismo de la estructura. Por otro lado, constituye una herramienta esencial como paso previo a la aplicación de un procedimiento de cálculo no lineal de tipo más general paso a paso en el tiempo, denominado "time-history", muy costoso en tiempo de cálculo y en interpretación de resultados. Este tipo de procedimientos no resultan en general útiles para proceder a

dimensionar una estructura y sólo son adecuados para comprobar una estructura ya previamente dimensionada.

#### 5. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer al editor de la revista y a los revisores anónimos independientes las valiosas observaciones recibidas para redactar la versión final del presente trabajo.

Este artículo es el resumen de los resultados obtenidos en un trabajo realizado por el equipo de ingenieros de CARLOS FERNÁNDEZ CASADO, S.L. que firman el artículo, cuyo arranque en origen es un trabajo de investigación y desarrollo realizado por el autor principal que culminó en la herramienta que permite realizar el cálculo no lineal global y simultáneo de pilas de puente en general y, en particular, el cálculo de las curvas de capacidad de la estructura del Puente de Bucaramanga. El autor principal quiere agradecer aquí la inestimable contribución de **Guillermo Ayuso Calle**, responsable de la puesta a punto del procedimiento de cálculo dinámico para la determinación de las curvas de demanda y de la adaptación de las curvas de capacidad, para obtener los gráficos referidos al sistema equivalente de 1GDL. Así mismo, ha sido muy importante la colaboración de **Antonio Cano Fernández-Carrión** y **Raúl González Aguilar**, que con sus constantes aportaciones han permitido comprobar las diferentes rutinas de cálculo y fases del cálculo, ordenando todo el proceso y llevando a buen puerto el estudio realizado. También señalar la colaboración de **Leonard Sopík**, ingeniero de la República Checa, que ha trabajado durante 1 año como becario en CARLOS FERNÁNDEZ CASADO, S.L. y entre otras aportaciones ha desarrollado el algoritmo de modelización automática de las secciones transversales de las pilas.

Finalmente, los cuatro autores agradecen al director del proyecto Dr. Ing. Leonardo Fernández Troyano el constante apoyo y los comentarios y sugerencias realizados.

#### REFERENCIAS

- [1] FAESSEL, P.; MORISSET, A.; FOURE, B. "Le flambement des poteaux en béton armé". *Annales de l'I.T.B.T.P., Théories et Méthodes de Calcul*, n° 305, 1973, p. 1-19.
- [2] MORISSET, A. "Stabilité des piles et des pylônes". *Annales de l'I.T.B.T.P., Théories et Méthodes de Calcul*, 1976, p. 50-64.
- [3] SARGIN, M. *Stress-Strain Relationships for Concrete and the Analysis of Structural Concrete Sections*. Waterloo, Ontario: University of Waterloo, 1971. (Solid Mechanics Division. Study No. 4).

[4] BPEL. *Les règles Béton Précontraint aux États Limites* (1991), revisées (1999).

[5] FIB. *Model Code 2010. First complete draft*. Vol. 1. Draft model code. 318 p. Lausanne: Federal Institute of Technology Lausanne, 2010. (Fib Bulletin n° 55). ISBN 978-2-88394-095-6.

[6] FIB. *Model Code 2010. First complete draft*. Vol. 2. Draft model code. 312 p. Lausanne: Federal Institute of Technology Lausanne, 2010. (Fib Bulletin n° 56). ISBN 978-2-88394-096-3.

[7] NEWMARK, N.M.; HALL, W.J. "Seismic Design Criteria for Nuclear Reactor Facilities". *Building Practices for Disaster Mitigation*. Washington: National Bureau of Standards, Department of Commerce, 1973. (Report n° 46).

[8] HUTCHINSON, T.C.; CHAI, Y.-H.; BOULANGER R.W.; IDRIS I.M. "Inelastic seismic response of extended pile shaft supported bridge structures". *Earthquake Spectra*, Journal of the Earthquake Engineering Research Institute (EERI), 2004, vol. 20, n° 4, p. 1057-1080.

[9] LÓPEZ, O.A.; DEL RE RUIZ, G. "Evaluación de los métodos de análisis estático no lineal para determinar la demanda sísmica en estructuras aporticadas de concreto armado". *Boletín Técnico IMME*, 2008, vol.46, n° 3, p. 1-28. ISSN 0376-723X.

[10] CCP 200-94. *Código Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes CCP 200 y CCP 200-94*.

## NOTACIÓN EMPLEADA

A: Área del elemento de hormigón (rectángulo elemental) o de acero (redondo de armar).

$A_c$ : Área del rectángulo elemental de hormigón.

$S_s$ : Área del redondo de acero de posición  $(x, y)$ .

$a^*$ : Aceleración asociada a un sistema de 1GDL,  $a^* = F^* l m^*$ .

$b_o$ : Anchura del núcleo de la sección que está zunchado por la armadura transversal de confinamiento.

B: Canto del rectángulo de hormigón.

$C_{acc}$ : Aceleración espectral asociada al modo.

$d$ : Desplazamiento de un punto de control de la estructura, obtenido en un sistema elástico y lineal para el 100% de la carga sísmica equivalente a las fuerzas de inercia en el modo principal considerado.

$d^*$ : Desplazamiento del punto de control asociado a un sistema de 1GDL, obtenido del desplazamiento del punto de control en un sistema MGD, dividido por el coeficiente de participación modal,  $d^* = d_n / \Gamma_i$ .

$d_n$ : Desplazamiento del punto de control en un sistema MGD.

$d_2, d_3$ : Desplazamiento en el punto de control en pila 2 y pila 3 para sismo longitudinal positivo (+) y negativo (-) en un sistema de MGD.

$d_2^*, d_3^*$ : Desplazamiento en el punto de control en pila 2 y pila 3 para sismo longitudinal positivo (+) y negativo (-) en un sistema de 1GDL.

$E_{ij}$ : Módulo tangente para un punto del diagrama de tensión-deformación del hormigón para tensiones en el hormigón superiores al valor  $\sigma_c \geq 0,5 \sigma_{co} = 0,5 f_{ij}$ .

$E_s$ : Módulo elástico del acero.

F: Fuerza horizontal de origen sísmico.

$F_b$ : Fuerza global aplicada a un sistema MGD.

$F^*$ : Fuerza global asociada a un sistema 1GDL, obtenida de la fuerza asociada a MGD dividida por el coeficiente de participación modal,  $F^* = F_b / \Gamma_i$ .

$F_x, F_y$ : Cortantes según ejes locales  $x, y$  de una sección transversal de la pila.

$f$ : Ley constitutiva  $f$ , elástica no lineal del hormigón, que permite obtener la tensión  $\sigma_c$  conocida la deformación  $\epsilon_c$ .

$f_{ck}$ : Resistencia característica del hormigón.

$f_{ck,c}$ : Resistencia característica del hormigón confinado, que es mayor que el valor  $f_{ck}$  y que depende de los valores  $\sigma_2$  y  $f_{ck}$ .



$f_{cj}$ : Resistencia característica del hormigón a  $j$  días. En general  $f_{cj} = f_{c28}$ .

$f_{c28}$ : Resistencia característica del hormigón a 28 días.

$f_y$ : Límite elástico del acero del acero.

$f_{yk}$ : Resistencia característica del acero.

$f_t$ : Límite de rotura del acero del acero.

$g$ : Ley constitutiva  $g$ , elástica lineal con escalón de plastificación horizontal o con endurecimiento, en tracción y compresión, para el acero de armar, que permite obtener la tensión  $\sigma_c$  conocida la deformación  $\varepsilon_s$ .

$g$ : Aceleración de la gravedad en unidades internacionales ( $g = 9,81 m/s^2$ ).

$I_x, I_y$ : Errores de verticalidad en la ejecución de una pila que definen una deformada inicial, expresada como giro alrededor de los ejes locales  $x$ , de la sección.

$K$ : Pendiente de la rama de endurecimiento de la ley tensión-deformación del acero,  $K = f_t / f_y$ .

$k$ : Parámetro adimensional que relaciona una tensión de referencia en el hormigón calculada como  $\sigma_c = E_{ij} \varepsilon_{c0}$  con la tensión de pico  $\sigma_{c0} = f_{cj}$ .

$k'$ : Parámetro que controla la ductilidad (fragilidad) del hormigón y que depende de  $k$  y de  $f_{cj}$ .

$L_0$ : Altura de una pila.

$\underline{M}$ : Matriz de masas de la estructura.

$M_d$ : Momento sísmico de diseño (demanda).

$M_u$ : Momento de agotamiento de la sección (capacidad).

$M_x, M_y$ : Momentos según los ejes locales  $x, y$ .

MGDL: Sistema dinámico de Múltiples Grados de Libertad.

1GDL: Sistema dinámico de 1 Grado de Libertad.

$m^*$ : Masa efectiva en el modo  $i$ , que es un modo principal de vibración longitudinal o transversal de la estructura.

$m_{movilizada, i}$ : Masa movilizada en el modo propio de vibración /.

$n$ : Número de barras longitudinales eficazmente zunchadas por la armadura transversal.

$N$ : Esfuerzo axial vertical sobre la pila.

$Q$ : Fuerza sísmica total aplicada a la estructura, con origen en las fuerzas de inercia.

$R$ : Coeficiente de ductilidad, que se define como el coeficiente de reducción de los esfuerzos resultantes del cálculo dinámico modal espectral elástico.

$S_a$ : Aceleración espectral.

$S_d$ : Desplazamiento espectral.

$S_d^*$ : Desplazamiento espectral en el sistema de 1GDL.

$s$ : Separación de las barras transversales que garantizan el zunchado de las barras longitudinales en la sección transversal correspondiente.

$T$ : Periodo del modo fundamental.

$XP, YP$ : Sistema de referencia de ejes locales de pila.

$XL, YL, ZL$ : Sistema de referencia de ejes local de barra.

$XG, YG, ZG$ : Sistema de referencia de ejes globales de estructura.

$(X_1, Y_1), (X_2, Y_2)$ : Coordenadas del punto medio de dos lados paralelos del rectángulo de hormigón.

$(x, y)$ : Posición del redondo de acero de armar respecto a los ejes locales de una sección transversal.

$x, y$ : Ejes locales de una sección transversal de la pila.

$\alpha$ : Coeficiente de reducción por confinamiento se define como  $\alpha = \alpha_n \cdot \alpha_s$ .

$\alpha_n$ : Parámetro que mide la eficacia de la armadura transversal

$\alpha_s$ : Parámetro que mide la influencia de la separación longitudinal entre cercos.

$\beta$ : Ángulo que relaciona la posición de los ejes principales de inercia de la sección con los ejes locales de la barra en donde se encuentra esa sección.

$\Delta_m$ : Admite dos significados; desplazamiento del punto de control con la hipótesis de comportamiento dinámico elástico, o bien, desplazamiento total alcanzado por la estructura hasta el momento de colapso bajo la acción sísmica, con la hipótesis de comportamiento elastoplástico perfecto de la curva fuerza-desplazamiento del punto de control.

$\Delta_y$ : Desplazamiento del punto de control cuando se alcanza el límite elástico y comienza el escalón de plasticidad horizontal en la curva fuerza-desplazamiento del punto de control durante la acción sísmica.

$\delta_T^E$ : Desplazamiento elástico total en el punto de control para un coeficiente de ductilidad supuesto de  $R = 1$ , calculable con el modelo general de cálculo elástico.

$\delta_T^{EP}$ : Desplazamiento elastoplástico total en ese punto, con el valor supuesto a priori de  $R$  y obtenido mediante un cálculo estático no lineal.

$\delta_E$ : Desplazamiento elástico alcanzado en la sección hasta rotura, con el valor supuesto a priori de  $R$ .

$\delta_p$ : Desplazamiento plástico hasta rotura, con el valor supuesto a priori de  $R$ .

$\varepsilon_c$ : Deformación del hormigón.

$\varepsilon_{c0}$ : Deformación correspondiente a la tensión de pico en la ley tensión-deformación de Sargin.

$\varepsilon_{co}^{conf}$ : Deformación de plastificación cuando el hormigón está adecuadamente zunchado (confinado).

$\varepsilon_{cu}$ : Deformación de rotura o última del hormigón en la ley tensión-deformación de Sargin.

$\varepsilon_{cu}^{conf}$ : Deformación última de rotura cuando el hormigón está adecuadamente zunchado (confinado).

$\varepsilon_N$ : Deformación debida al axil  $N$ .

$\varepsilon_s$ : Deformación del acero de armar.

$\varepsilon_{se}$ : Deformación correspondiente al límite elástico del acero.

$\varepsilon_{ud}$ : Deformación de rotura del acero.

$\varepsilon_{uk}$ : Deformación de rotura del acero en el caso de escalón de plastificación horizontal, es decir, cuando el acero se considera con comportamiento elastoplástico perfecto. Normalmente se considera  $\varepsilon_{ud} = \varepsilon_{uk} = 10\% = 0,010$  y  $K = 1$ .

$\varepsilon_z$ : Deformación plana (Ley de Navier) según el eje de la pila, perpendicular a los ejes  $x, y$  locales de una sección transversal de la pila, resultante de las deformaciones  $\varepsilon_N, \omega_x, \omega_y$ .

$\Phi$ : Modo de vibración de la estructura.

$\Gamma_i$ : Coeficiente de participación modal del modo.

$\sigma_c$ : Tensión en el hormigón.

$\sigma_{c0}$ : Tensión de pico en la ley tensión-deformación de Sargin.

$\sigma_s$ : Tensión en el acero.

$\sigma_{se}$ : Tensión correspondiente al límite elástico del acero.

$\sigma_{su}$ : Tensión correspondiente a la deformación última de rotura  $\varepsilon_{ud}$ .

$\sigma_2$ : Tensión lateral efectiva de compresión en ELU, función de los parámetros  $(\alpha, \omega_{wd})$ .

$\gamma_s$ : Coeficiente de seguridad del acero en rotura.

$\omega$ : Frecuencia circular correspondiente al período  $T$ .

$\omega_x, \omega_y$ : Curvaturas debidas a los momentos  $M_x, M_y$ .

$\omega_{wd}$ : Cuantía volumétrica de armadura transversal que es la que garantiza el zunchado, es decir, el confinamiento del hormigón para que éste pueda desarrollar la ley de comportamiento  $\sigma - \varepsilon$  correspondiente a los valores de deformación confinada  $\varepsilon_{co}^{conf}, \varepsilon_{cu}^{conf}$ .